# Τυπολόγιο Στην Άλγεβρα α λυκείου

## Διάταξη

Ορισμός $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha - \beta > 0$

- $\alpha^2 \geq 0$
- $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = \beta = 0$
- $\alpha^2 + \beta^2 > 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \text{ ή } \beta \neq 0$

## Διαστήματα

$\alpha \leq x \leq \beta \leftrightarrow x \in [\alpha, \beta]$

$\alpha < x < \beta \leftrightarrow x \in (\alpha, \beta)$

$\alpha \leq x \leftrightarrow x \in [\alpha, +\infty)$

$x \leq \beta \leftrightarrow x \in (-\infty, \beta]$

$\alpha < x \leftrightarrow x \in (\alpha, +\infty)$

$x < \beta \leftrightarrow x \in (-\infty, \beta)$

$\alpha \leq x < \beta \leftrightarrow x \in [\alpha, \beta)$

$\alpha < x \leq \beta \leftrightarrow x \in (\alpha, \beta]$

## Ιδιότητες ανισοτήτων

$$(\alpha > \beta \text{ και } \beta > \gamma) \Rightarrow \alpha > \gamma$$

$$\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma > \beta + \gamma$$

$$\alpha > \beta \overset{\gamma>0}{\Leftrightarrow} \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$$

$$\alpha > \beta \overset{\gamma<0}{\Leftrightarrow} \alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$$

$$(\alpha > \beta \text{ και } \gamma > \delta) \Rightarrow \alpha + \gamma > \beta + \delta$$

$$\begin{pmatrix} \alpha, \beta, \gamma, \delta > 0 \\ \alpha > \beta \text{ και } \gamma > \delta \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \delta$$

$$\begin{pmatrix} \alpha, \beta > 0 \\ \nu \in \mathrm{IN}^* \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha^\nu > \beta^\nu$$

Αν

$$\alpha \cdot \beta > 0 \text{ τότε } \alpha < \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$$

## Απόλυτη τιμή

Όρισμός

$$|\alpha| = \begin{cases} \alpha \text{ , αν } \alpha \geq 0 \\ -\alpha \text{ , αν } \alpha < 0 \end{cases}$$

Ιδιότητες

$$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$$

$$\left|\frac{\alpha}{\beta}\right| = \frac{|\alpha|}{|\beta|}, \beta \neq 0$$

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

$$|-\alpha| = |\alpha| \geq 0$$

$|\alpha| \geq \alpha$ και

$$|\alpha| \geq -\alpha$$

$$|\alpha|^2 = \alpha^2$$

## Εξισώσεις με απόλυτα

$$|x| = \theta \overset{\theta>0}{\Leftrightarrow} x = \pm\theta$$

$$|x| = |\alpha| \Leftrightarrow x = \pm\alpha$$

## Ανισώσεις με απόλυτα

$$|x| < \theta \overset{\theta>0}{\Leftrightarrow} -\theta < x < \theta$$

$$|x| > \theta \overset{\theta>0}{\Leftrightarrow} (x > \theta \text{ ή } x < -\theta)$$

## Απόσταση αριθμών

$$d(\alpha, \beta) = |\alpha - \beta|$$

## Κέντρο διαστήματος

$$\frac{\alpha + \beta}{2}$$

## Ιδιότητες αναλογιών

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \alpha\delta = \gamma\beta$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \frac{\alpha + \beta}{\beta} = \frac{\gamma + \delta}{\delta}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}$$

## Τετραγωνική ρίζα

$$x^2 = \alpha \Leftrightarrow x = \sqrt{\alpha}, \alpha \geq 0 \text{ και } x \geq 0$$

**Ιδιότητες**

$$\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$$

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$$

$$\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|, \alpha \in IR$$

$$\sqrt[\nu]{\alpha^\nu} = \alpha \text{ και } \left(\sqrt[\nu]{\alpha}\right)^\nu = \alpha, \alpha \geq 0$$

Αν $\alpha \leq 0$ και ν άρτιος: $\sqrt[\nu]{\alpha^\nu} = |\alpha|$

Αν $\alpha, \beta \geq 0$ : $\sqrt[\nu]{\alpha^\nu \cdot \beta} = \alpha \cdot \sqrt[\nu]{\beta}$

## Νιοστή ρίζα

$x^\nu = \alpha \Leftrightarrow x = \sqrt[\nu]{\alpha}$

$\alpha \geq 0$ και $x \geq 0$

$\sqrt[1]{\alpha} = \alpha, \sqrt[2]{\alpha} = \sqrt{\alpha}$

$\sqrt[\nu]{\alpha^\kappa} = \left(\sqrt[\nu]{\alpha}\right)^\kappa, \alpha \geq 0$

**Ιδιότητες**

$$\sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta} = \sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta}$$

$$\sqrt[\nu]{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}}$$

$$\sqrt[\nu]{\sqrt[\kappa]{\alpha}} = \sqrt[\nu \cdot \kappa]{\alpha}$$

$$\sqrt[\nu \cdot \rho]{\alpha^{\kappa \cdot \rho}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\kappa}$$

## Δυνάμεις με ρητό εκθέτη

Αν α>ο και μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος τότε

$$\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$$

## Εξίσωση Α βαθμού

$$\alpha x = -\beta \Leftrightarrow \begin{cases} \text{αν } \alpha \neq 0 \text{ τότε } x = -\dfrac{\beta}{\alpha} \\ \text{αν } \alpha = 0 \text{ και } \beta \neq 0 \text{ τότε αδύνατη} \\ \text{αν } \alpha = \beta = 0 \text{ τότε ταυτότητα} \end{cases}$$

# Τυπολόγιο Στην Άλγεβρα α λυκείου

| α | ν | Εξίσωση $x^{\nu}=\alpha$ |
|---|---|---|
| $\alpha=0$ | $\nu\in \mathrm{IN}^{*}$ | $x=0$ |
| $\alpha>0$ | ν άρτιος | $x=\sqrt[\nu]{\alpha}$ ή<br>$x=-\sqrt[\nu]{\alpha}$ |
| | ν περιττός | $x=\sqrt[\nu]{\alpha}$ |
| $\alpha=0$ | ν άρτιος | αδύνατη |
| | ν περιττός | $x=-\sqrt[\nu]{\lvert\alpha\rvert}$ |

| Εξίσωση β βαθμού | | |
|---|---|---|
| $\alpha x^{2}+\beta x+\gamma=0,\alpha\neq 0$ με $\Delta=\beta^{2}-4\alpha\gamma$ | | |
| $\Delta>0$ | Δύο ρίζες πραγματικές και άνισες $x_{1,2}=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ | Παραγοντοποιείται $\alpha\cdot(x-x_{1})\cdot(x-x_{2})$ |
| $\Delta=0$ | Δύο ρίζες πραγματικές και ίσες $x_{1,2}=\dfrac{-\beta}{2\alpha}$ | Παραγοντοποιείται $\alpha\left(x+\dfrac{\beta}{2\alpha}\right)^{2}$ |
| $\Delta<0$ | Δεν έχει ρίζες | Δεν παραγοντοποιείται |

## Τύποι του Vieta

$$S=x_{1}+x_{2}=-\frac{\beta}{\alpha}$$

$$P=x_{1}\cdot x_{2}=\frac{\gamma}{\alpha}$$

## Ανισώσεις Α βαθμού

$$\alpha x>\beta \Leftrightarrow \begin{cases} \text{αν } \alpha>0 \text{ τότε } x>\dfrac{\beta}{\alpha} \\ \text{αν } \alpha<0 \text{ τότε } x<\dfrac{\beta}{\alpha} \\ \text{αν } \alpha=0 \text{ τότε } \begin{cases} \beta<0 \text{ ισχύει } \forall x\in IR \\ \beta\geq 0 \text{ τότε είναι αδύνατη} \end{cases} \end{cases}$$

## Πρόσημο τριωνύμου

| X | | $x_1$ | | $x_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| Δ>0 | Ομόσημο του α | | Ετερόσημο του α | | Ομόσημο του α |
| Δ=0 | Ομόσημο του α | | Ομόσημο του α | | |
| Δ<0 | Ομόσημο του α | | | | |

| | Αριθμητική πρόοδος | Γεωμετρική πρόοδος |
|---|---|---|
| Ορισμός | $\alpha_{\nu}=\alpha_{\nu-1}+\omega$ | $\alpha_{\nu}=\alpha_{\nu-1}\cdot\lambda,\lambda\neq 0,\alpha_{1}\neq 0$ |
| Γενικός όρος | $\alpha_{\nu}=\alpha_{1}+\omega(\nu-1)$ | $\alpha_{\nu}=\alpha_{1}\cdot\lambda^{\nu-1}$ |
| Μέσος | α,β,γ δ.ο ΑΠ αν και μόνο αν $2\beta=\alpha+\gamma$ | α,β,γ δ.ο ΑΠ αν και μόνο αν $\beta^{2}=\alpha\cdot\gamma$ |
| Άθροισμα ν πρώτων όρων | $\Sigma_{\nu}=\dfrac{\nu}{2}(\alpha_{1}+\alpha_{\nu})=\dfrac{\nu}{2}[2\alpha_{1}+\omega(\nu-1)]$ | • $\Sigma_{\nu}=\alpha_{1}\cdot\dfrac{\lambda^{\nu}-1}{\lambda-1},\lambda\neq 1$<br>• Αν λ=1 τότε $\Sigma_{\nu}=\nu\cdot\alpha_{1}$ |

# Τυπολόγιο στην Άλγεβρα α λυκείου

| α | ν | Εξίσωση $x^\nu = \alpha$ |
|---|---|---|
| $\alpha = 0$ | $\nu \in IN^*$ | $x = 0$ |
| $\alpha > 0$ | ν άρτιος | $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$ ή $x = -\sqrt[\nu]{\alpha}$ |
| | ν περιττός | $x = \sqrt[\nu]{\alpha}$ |
| $\alpha = 0$ | ν άρτιος | αδύνατη |
| | ν περιττός | $x = -\sqrt[\nu]{\lvert\alpha\rvert}$ |

## Εξίσωση β βαθμού

$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$ με $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$

| | | |
|---|---|---|
| $\Delta > 0$ | Δύο ρίζες πραγματικές και άνισες $x_{1,2} = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ | Παραγοντοποιείται $\alpha \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ |
| $\Delta = 0$ | Δύο ρίζες πραγματικές και ίσες $x_{1,2} = \dfrac{-\beta}{2\alpha}$ | Παραγοντοποιείται $\alpha\left(x + \dfrac{\beta}{2\alpha}\right)^2$ |
| $\Delta < 0$ | Δεν έχει ρίζες | Δεν παραγοντοποιείται |

## Τύποι του Vieta

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

## Ανισώσεις Α βαθμού

$$\alpha x > \beta \Leftrightarrow \begin{cases} \text{αν } \alpha > 0 \text{ τότε } x > \dfrac{\beta}{\alpha} \\ \text{αν } \alpha < 0 \text{ τότε } x < \dfrac{\beta}{\alpha} \\ \text{αν } \alpha = 0 \text{ τότε } \begin{cases} \beta < 0 \text{ ισχύει } \forall x \in IR \\ \beta \geq 0 \text{ τότε είναι αδύνατη} \end{cases} \end{cases}$$

## Πρόσημο τριωνύμου

| X | | $x_1$ | | $x_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| Δ>0 | Ομόσημο του α | | Ετερόσημο του α | | Ομόσημο του α |
| Δ=0 | Ομόσημο του α | | Ομόσημο του α | | |
| Δ<0 | Ομόσημο του α | | | | |

| | Αριθμητική πρόοδος | Γεωμετρική πρόοδος |
|---|---|---|
| Ορισμός | $\alpha_\nu = \alpha_{\nu-1} + \omega$ | $\alpha_\nu = \alpha_{\nu-1} \cdot \lambda, \lambda \neq 0, \alpha_1 \neq 0$ |
| Γενικός όρος | $\alpha_\nu = \alpha_1 + \omega(\nu - 1)$ | $\alpha_\nu = \alpha_1 \cdot \lambda^{\nu-1}$ |
| Μέσος | α,β,γ δ.ο ΑΠ αν και μόνο αν $2\beta = \alpha + \gamma$ | α,β,γ δ.ο ΑΠ αν και μόνο αν $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$ |
| Άθροισμα ν πρώτων όρων | $\Sigma_\nu = \dfrac{\nu}{2}(\alpha_1 + \alpha_\nu) = \dfrac{\nu}{2}\left[2\alpha_1 + \omega(\nu - 1)\right]$ | • $\Sigma_\nu = \alpha_1 \cdot \dfrac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}, \lambda \neq 1$ <br> • Αν λ=1 τότε $\Sigma_\nu = \nu \cdot \alpha_1$ |

# Τυπολόγιο στην Άλγεβρα α λυκείου

## Συνάρτηση

Ορισμός: Μια αντιστοιχία ενός χ που ανήκει σε ένα σύνολο Α(πεδίο ορισμού) σε ένα μοναδικό y που ανήκει σε ένα σύνολο Β (σύνολο τιμών)

Μια συνάρτηση εκφράζεται μέσω ενός μαθηματικού τύπου. Οπότε πρέπει :

- Αν ο τύπος έχει παρονομαστή να μην είναι μηδέν.
- Αν ο τύπος έχει υπόρριζο να είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το μηδέν.

## Γραφική παράσταση συνάρτησης

Η γραφική παράσταση είναι ένα σύνολο $C=\{(x,y)/\,x\in A \text{ και } y=f(x)\}$.

## Σημεία τομής με τους άξονες

- ⇨ Τα σημεία τομής του άξονα χχ′ έχουν τεταγμένη μηδέν.
- ⇨ Τα σημεία τομής του άξονα yy′ έχουν τετμημένη μηδέν.

## Απόσταση σημείων του επιπέδου

Για τα σημεία του επιπέδου $\mathrm{A}(x_1,y_1),\mathrm{B}(x_2,y_2)$ η απόσταση τους δίνεται από τον τύπο:

$$\mathrm{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

## Συντελεστής διεύθυνσης ευθείας που διέρχεται από δύο σημεία $\mathrm{A}(x_1,y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,y_2)$ του επιπέδου.

Ο συντελεστής του ευθύγραμμου τμήματος δίνεται από τον τύπο $\lambda=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, x_2-x_1\neq 0$.

## Ακρότατα συνάρτησης

ΜΕΓΙΣΤΟ ΣΤΟ $x_0$ : $f(x)\leq f(x_0), \forall x_0\in \mathrm{A}$

ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΣΤΟ $x_0$ : $f(x)\geq f(x_0), \forall x_0\in \mathrm{A}$

## Μετατοπίσεις

$y=f(x)+c, c>0$ : κατακόρυφη c μονάδες πάνω

$y=f(x)-c, c>0$ : κατακόρυφη c μονάδες κάτω

$y=f(x+c), c>0$ : οριζόντια c μονάδες αριστερά

$y=f(x-c), c>0$ : οριζόντια c μονάδες δεξιά $y=-f(x)$ : συμμετρική ως προς τον χχ′

## Συμμετρίες

ΑΡΤΙΑ: $\begin{cases} \forall x\in \mathrm{A}\Rightarrow -x\in \mathrm{A} \\ \kappa\alpha\iota \\ f(-x)=f(x), \forall x\in \mathrm{A} \end{cases}$

Η $C_f$ μιας άρτιας συνάρτησης συμμετρική ως προς τον yy′

ΠΕΡΙΤΤΗ: $\begin{cases} \forall x\in \mathrm{A}\Rightarrow -x\in \mathrm{A} \\ \kappa\alpha\iota \\ f(-x)=-f(x), \forall x\in \mathrm{A} \end{cases}$

Η $C_f$ μιας περιττής συνάρτησης συμμετρική ως προς το Ο(00)